

GeoGebra

Quickstart

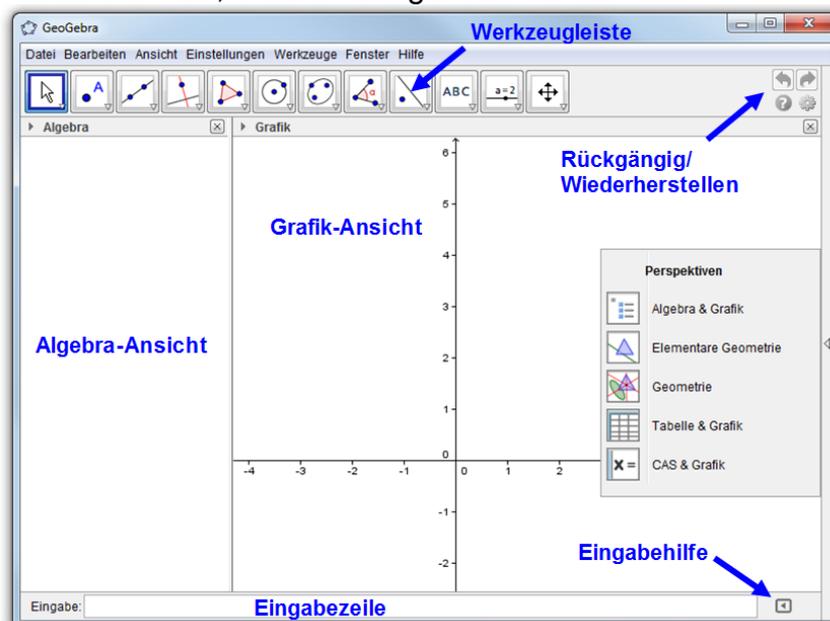
Was ist GeoGebra?

- Dynamische Mathematiksoftware in einem einfach zu bedienenden Paket
- Zum Lernen und Lehren in allen Schulstufen
- Vereint **Geometrie**, **Algebra**, Tabellen, Grafiken, Analysis und Statistik
- Open Source Software, frei erhältlich unter www.geogebra.org

Fakten auf einen Blick

- Mit GeoGebra können SchülerInnen Mathematik durch Ziehen von Objekten und Verändern von Parametern interaktiv erkunden.
- LehrerInnen können interaktive Visualisierungen und Arbeitsblätter mit GeoGebra für ihre SchülerInnen gestalten. Sie finden zahlreiche kostenlose Materialien auf <http://www.geogebraTube.org>, wo Sie auch Ihre eigenen Konstruktionen online stellen können.

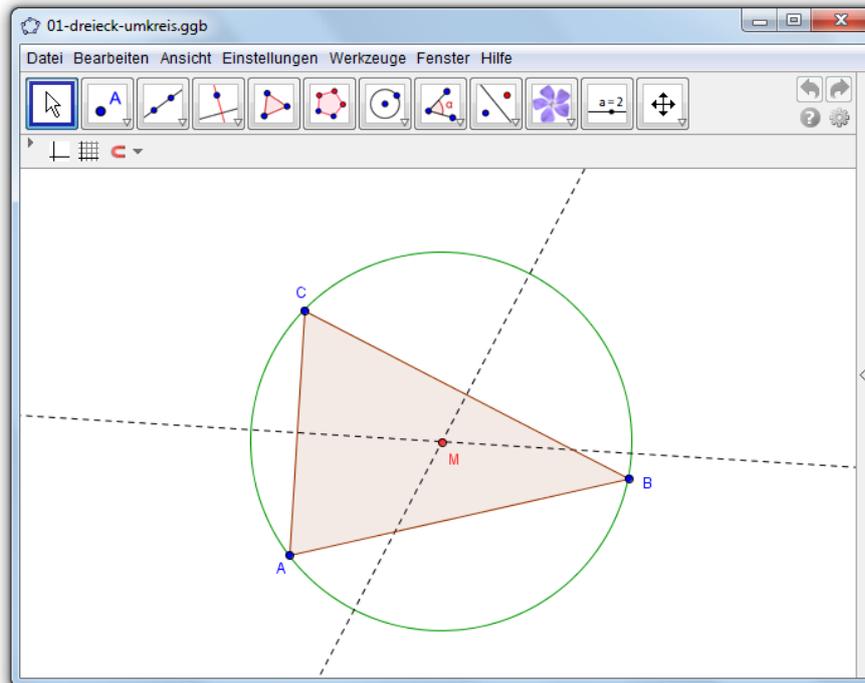
Wenn Sie GeoGebra öffnen, erscheint folgendes Fenster:



Mit Hilfe von Konstruktionswerkzeugen in der **Werkzeugleiste** konstruieren Sie mit der Maus in der **Grafik-Ansicht**. In der **Algebra-Ansicht** werden gleichzeitig die entsprechenden Koordinaten und Gleichungen angezeigt. Die **Eingabezeile** dient zur direkten Eingabe von Koordinaten, Gleichungen, Befehlen und Funktionen, die nach Drücken der Eingabetaste sofort in der Grafik- und Algebra-Ansicht angezeigt werden. In GeoGebra hängen Geometrie und Algebra immer zusammen.

Beispiel 1: Umkreis eines Dreiecks

Aufgabe: Zeichnen Sie in GeoGebra ein Dreieck mit den Eckpunkten A, B, C und konstruieren Sie dessen Umkreis.



Konstruktion mit der Maus

Vorbereitungen

- Klicken Sie in der Grafik-Ansicht rechts auf die Seitenleiste zur Auswahl der Perspektive und wählen Sie  *Elementare Geometrie*.

Konstruktionsschritte

1		Werkzeug <i>Vieleck</i> auswählen. Punkte A, B und C in der Grafik-Ansicht durch dreimal Klicken erzeugen. Nochmals auf Punkt A klicken, um Dreieck zu schließen.
2		Werkzeug <i>Mittelsenkrechte</i> (<i>Österreich: Streckensymmetrale</i>) wählen (vierte Werkzeugkiste von links mit rotem Pfeil öffnen). Konstruieren der Mittelsenkrechten durch Klicken auf zwei Seiten.
3		Werkzeug <i>Schneide zwei Objekte</i> wählen. Umkreismittelpunkt durch Klicken auf beide Streckensymmetralen erzeugen. Einfach „M“ tippen, um den <i>Umbenennen</i> -Dialog zu öffnen und den Punkt umzubenennen.
4		Werkzeug <i>Kreis mit Mittelpunkt durch Punkt</i> wählen. Zuerst auf den Umkreismittelpunkt und dann auf einen der Eckpunkte klicken, um den Umkreis zu erzeugen.
5		Werkzeug <i>Bewege</i> wählen und mit der Maus die Eckpunkte ziehen. Die Konstruktion wird sich dynamisch mit den Eckpunkten verändern.

Einige Tipps

-  Testen Sie die **Rückgängig/Wiederherstellen**-Schaltflächen auf der rechten Seite der Werkzeugleiste.
-  Um ein Objekt auszublenden, klicken Sie mit der rechten Maustaste (Mac OS: Strg + klicken) darauf und deaktivieren Sie *Objekt anzeigen*.
-  Sie können das **Aussehen von Objekten** (Farbe, Liniendicke,...) mit der Gestaltungseiste einfach verändern: klicken Sie  oberhalb der Grafik-Ansicht, um die Leiste ein- oder auszublenden. Für weitere Optionen klicken Sie auf  *GeoGebra Eigenschaften* und anschließend auf  *Objekte*.
-  **Achsen** und **Koordinatengitter** können in der Gestaltungseiste ein- und ausgeblendet werden.
-  Die Darstellung verschiedener Ansichten, wie beispielsweise Algebra-, Grafik-, Tabellen- oder CAS-Ansicht, kann im Menü *Ansicht* oder in der Perspektiven-Seitenleiste (rechts in der Grafik-Ansicht) gewählt werden.
-  Um Ihre Konstruktion in der Grafik-Ansicht zu verschieben, verwenden Sie das Werkzeug *Verschiebe Zeichenblatt* und benutzen Sie die Maus.
-  Das Konstruktionsprotokoll (im *Ansicht*-Menü) zeigt eine Tabelle mit all Ihren Konstruktionsschritten. Mit Hilfe von Schaltflächen können Sie die Konstruktion schrittweise abspielen und die Reihenfolge einzelner Schritte durch Hinauf- oder Hinabziehen der entsprechenden Zeilen verändern.

Konstruktion mit der Eingabezeile

Vorbereitungen

- Wir möchten nun dieselbe Konstruktion des Umkreises wie oben mit Hilfe der Eingabezeile durchführen. Wählen Sie daher *Neu* im Menü *Datei*.
- Wählen Sie im *Perspektiven*-Fenster  *Algebra&Grafik*.

Konstruktionsschritte

Geben Sie folgende Anweisungen in die Eingabezeile am unteren Rand des Fensters ein und drücken Sie nach jeder Zeile die Eingabetaste.

A= (2, 1)

B= (12, 5)

C= (8, 11)

Vieleck[A, B, C]

g=Mittelsenkrechte[a] (Österreich: Streckensymmetrale[a])

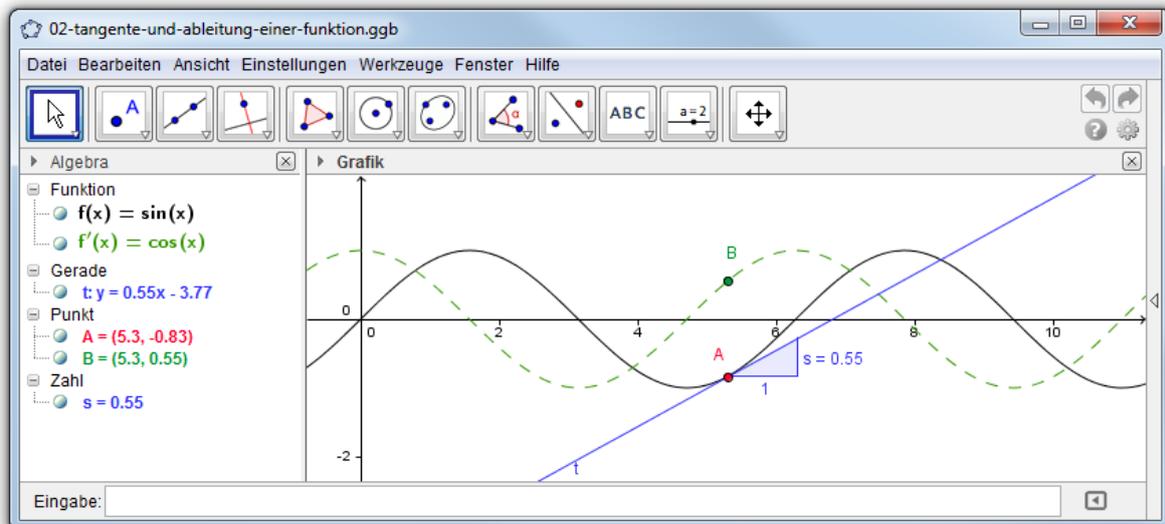
h=Mittelsenkrechte[b] (Österreich: Streckensymmetrale[b])

M=Schneide[g, h]

Kreis[M, A]

Beispiel 2: Tangente und Ableitung einer Funktion

Aufgabe: Zeichnen Sie mit GeoGebra die Funktion $f(x) = \sin(x)$, ihre Tangente samt Steigungsdreieck in einem Punkt auf f sowie die Ableitung der Funktion.



Variante 1: Punkt auf Funktion

Vorbereitungen

- Öffnen Sie ein neues Fenster, indem Sie  *Neues Fenster* im Menü *Datei* auswählen.

Konstruktionsschritte

1		Die Funktion $f(x) = \sin(x)$ in die Eingabezeile eintippen und die Eingabetaste drücken.
2		Das Werkzeug <i>Neuer Punkt</i> wählen und auf den Funktionsgraphen von f klicken. Der entstehende Punkt A ist so an die Funktion f angehängt.
3		Das Werkzeug <i>Tangenten</i> wählen und auf A und f klicken. Den Namen der Tangente auf t ändern („ t “ eintippen, um den <i>Umbenennen</i> -Dialog zu öffnen).
4		Den Befehl $s = \text{Steigung}[t]$ eintippen.
5		Mit dem Werkzeug <i>Bewege</i> den Punkt A mit der Maus ziehen und die Bewegung der Tangente beobachten.
6		$B = (x(A), s)$ in die Eingabezeile tippen. <u>Hinweis:</u> $x(A)$ gibt die x -Koordinate des Punktes A .
		Rechtsklick (Mac OS: Strg + Klick) auf Punkt B und <i>Spur ein</i> wählen, um die Spur für B einzuschalten.
7		Mit dem Werkzeug <i>Bewege</i> Punkt A mit der Maus ziehen - Punkt B hinterlässt nun eine Spur der „Steigungsfunktion“.
8		Den Befehl $\text{Ableitung}[f(x)]$ in die Eingabezeile tippen, um die Gleichung zu erhalten.

Einige Tipps

Tippen Sie eine andere Funktion, z.B. $f(x) = x^3 - 2x^2$, ein. Sofort werden deren Tangente und Ableitung angezeigt. Versuchen Sie auch Befehl `Integral[f(x)]`.

 Wählen Sie das Werkzeug *Bewege* und ziehen Sie den Graph mit der Maus. Beobachten Sie die Änderungen der Gleichungen von Funktion und Ableitung.

Automatische Vervollständigung der Befehle: Nach Eingabe der ersten beiden Buchstaben eines Befehls wird dieser automatisch vervollständigt. Wenn Sie den Vorschlag übernehmen möchten, drücken Sie die Eingabetaste, ansonsten tippen Sie einfach weiter.

 Die **Eingabehilfe** befindet sich rechts neben der Eingabezeile und gibt Ihnen eine Liste aller verfügbaren Befehle.

Variante 2: Punkt mit x-Koordinate `a`

Vorbereitungen

- Wir werden nun mithilfe der Eingabezeile eine andere Version der letzten Konstruktion durchführen. Wählen Sie daher *Datei* und *Neu*, um ein leeres Fenster zu erhalten.

Konstruktionsschritte

Tippen Sie folgende Befehle in die Eingabezeile und drücken Sie nach jeder Zeile die Eingabetaste.

```
f(x)=sin(x)
a=2
T=(a,f(a))
t=Tangente[a,f]
s=Steigung[t]
B=(x(T),s)
Ableitung[f]
```

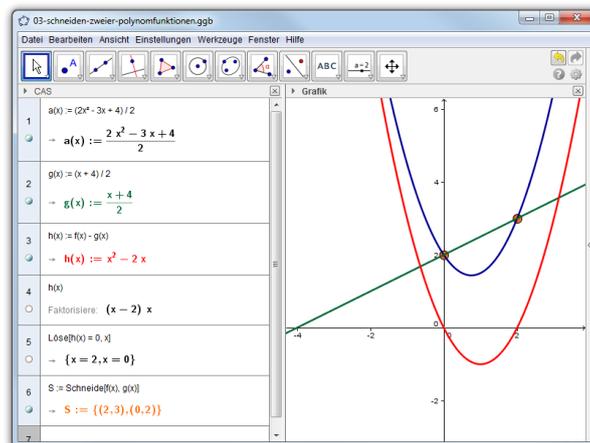
Einige Tipps

 Wählen Sie das Werkzeug *Bewege* und klicken Sie auf die Zahl a . Sie können a durch Drücken der Pfeiltasten verändern. Gleichzeitig werden sich der Punkt T und die Tangente entlang der Funktion f bewegen.

 Sie können die Zahl a ebenfalls verändern, indem Sie einen **Schieberegler** erstellen: Klicken Sie in der Algebra-Ansicht einfach auf das \circ Symbol vor a . Der Wert des Schiebereglers lässt sich verändern, indem Sie den erscheinenden Punkt auf der Linie mit der Maus ziehen.

Beispiel 3: Schneiden zweier Polynomfunktionen

Aufgabe: Schneiden Sie eine Parabel mit einer linearen Funktion, indem Sie die Nullstellen ihrer Differenzfunktion berechnen.



Vorbereitungen

- Klicken Sie in der Grafik-Ansicht rechts auf den Pfeil und wählen Sie im erscheinenden *Perspektiven*-Fenster  *CAS&Grafik*.
- Bitte beachten Sie, dass die CAS-Ansicht erst ab GeoGebra 4.2 verfügbar ist.

Konstruktionsschritte

Folgende Befehle in die Zeilen der CAS-Ansicht tippen und jede Eingabe berechnen.

1		In die erste Zeile $f(x) := x^2 - 3/2 * x + 2$ eingeben, um $f(x)$ zu definieren, dann die Eingabetaste drücken. <u>Hinweis:</u> := wird für Zuordnungen verwendet, = für Gleichungen.
2		$g(x) := x/2 + 2$ in die zweite Zeile eintippen.
3		$h(x)$ durch $h(x) := f(x) - g(x)$ in der dritten Zeile definieren.
4		In der vierten Zeile $h(x)$ eintippen und das Werkzeug <i>Faktorisiere</i> wählen. Die Nullstellen können direkt von der Ausgabe abgelesen werden.
5		Zur Bestätigung den Befehl <code>Löse[h(x)=0, x]</code> verwenden.
6		Schnittpunkte mit der Eingabe <code>S:=Schneide[f(x), g(x)]</code> erzeugen

Einige Tipps

Die CAS-Ansicht ermöglicht SchülerInnen, mit Brüchen, Gleichungen und Formeln zu arbeiten, die **undefinierte Variablen** enthalten.



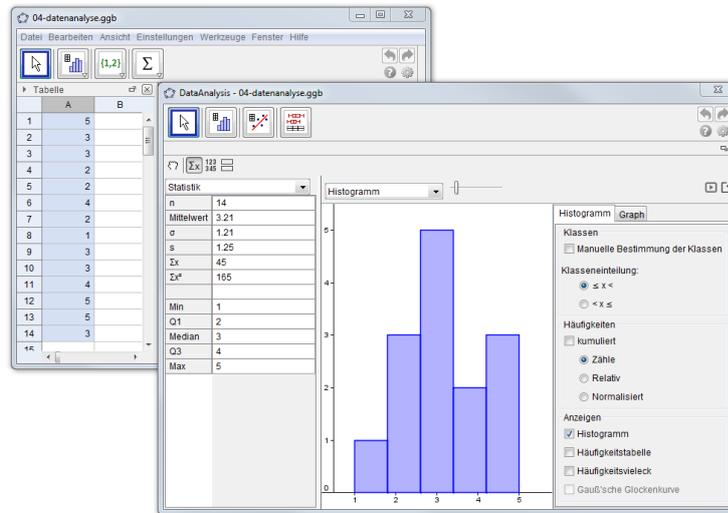
Sie können auch nur Teile eines Ausdrucks verändern, indem Sie diese mit der Maus markieren und dann ein Werkzeug wie *Faktorisiere* wählen.



Die Lösung hätte sofort berechnet werden können, indem Sie $f(x)$ und $g(x)$ wie oben definieren, dann beide Zeilen wählen und das Werkzeug *Löse* aktivieren.

Beispiel 4: Datenanalyse

Aufgabe: Erstellen Sie ein Histogramm und bestimmen Sie Mittelwert, Median, Minimum und Maximum.



Vorbereitungen

- Klicken Sie in der Grafik-Ansicht rechts auf den Pfeil und wählen Sie im erscheinenden *Perspektiven-Fenster* *Tabelle & Grafik*.

Konstruktionsschritte

1		Einige Daten in die Zellen der Spalte A eintragen, z.B. die Zellen A1 bis A14 mit folgenden Zahlen füllen: 5, 3, 3, 2, 2, 4, 2, 1, 3, 3, 4, 5, 5, 3.
2		Die entsprechenden Zellen (in diesem Beispiel die Zellen A1 bis A14) markieren und das Werkzeug <i>Analyse einer Variablen</i> wählen. Auf <i>Analyse</i> klicken, um den Dialog <i>Datenanalyse</i> zu öffnen.
3		Im Dialogfenster oben die passende Anzahl an <i>Klassen</i> wählen (in diesem Beispiel 5 Klassen, weil es 5 verschiedene Werte gibt).
4	Σx	In der Gestaltungsleiste <i>auf Statistik anzeigen</i> klicken, um den Statistikeil zu öffnen. Mittelwert, Median, Maximum und Minimum der Datenmenge ablesen.
5		Auf die Pfeil-Schaltfläche oben rechts klicken und <i>Manuelle Bestimmung der Klassen</i> im Menü <i>Histogramm</i> wählen. <u>Hinweis:</u> Nachdem <i>Startwert</i> und <i>Breite</i> oben eingestellt wurden, die Eingabetaste drücken (für dieses Beispiel 0.5 als Start und 1 als Breite)

Einige Tipps

Verändern Sie manche Werte in Spalte A und beobachten Sie, wie sich dadurch das Histogramm und die statistischen Werte wie Mittelwert, Median, Maximum und Minimum verändern.

Ändern Sie den Diagrammtyp von *Histogramm* auf *Boxplot* in der Dropdown-Liste oberhalb des Histogramms.

Weitere Informationen

Sie können weitere Informationen, Materialien und Hilfestellungen auf unseren Webseiten finden:

Software

www.geogebra.org

Handbuch & Anleitungen

wiki.geogebra.org

Arbeitsblätter & Materialien

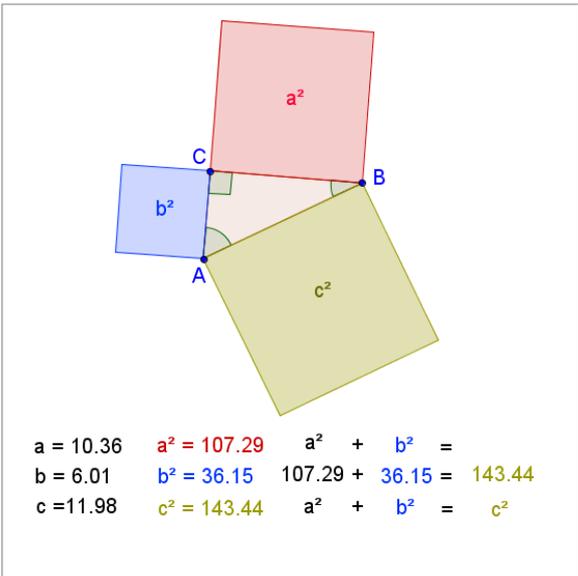
www.geogebra.org

Benutzerforum

www.geogebra.org/forum

Satz des Pythagoras

Ziehe die Punkte und ändere die Seitenlängen des Dreiecks.



$a = 10.36$ $a^2 = 107.29$ $a^2 + b^2 =$
 $b = 6.01$ $b^2 = 36.15$ $107.29 + 36.15 = 143.44$
 $c = 11.98$ $c^2 = 143.44$ $a^2 + b^2 = c^2$

Wie ändern sich die Flächen der Quadrate, wenn du die Seite c änderst?

