

# GeoGebra

## Quickstart

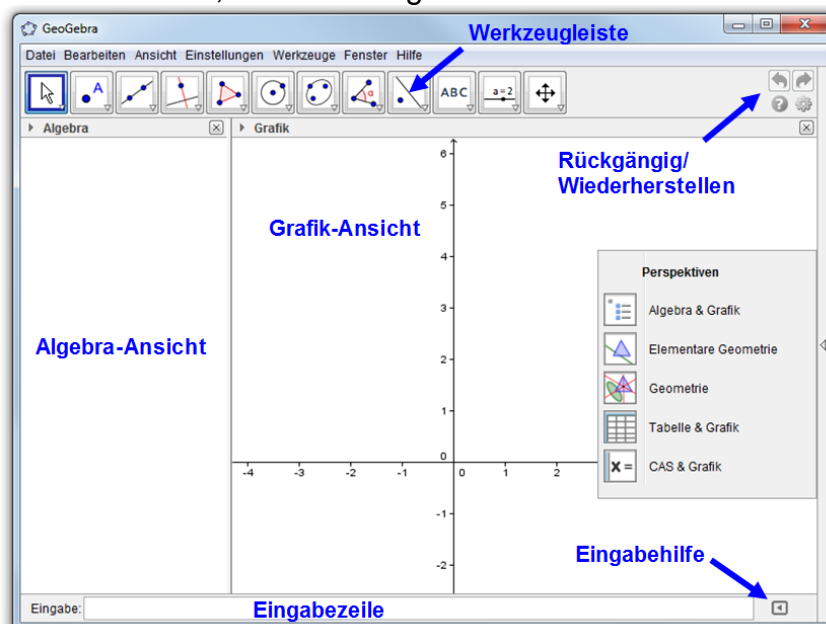
### Was ist GeoGebra?

- Dynamische Mathematiksoftware in einem einfach zu bedienenden Paket
- Zum Lernen und Lehren in allen Schulstufen
- Vereint **Geometrie**, **Algebra**, Tabellen, Grafiken, Analysis und Statistik
- Open Source Software, frei erhältlich unter [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

### Fakten auf einen Blick

- Mit GeoGebra können SchülerInnen Mathematik durch Ziehen von Objekten und Verändern von Parametern interaktiv erkunden.
- LehrerInnen können interaktive Visualisierungen und Arbeitsblätter mit GeoGebra für ihre SchülerInnen gestalten. Sie finden zahlreiche kostenlose Materialien auf <http://www.geogebraTube.org>, wo Sie auch Ihre eigenen Konstruktionen online stellen können.

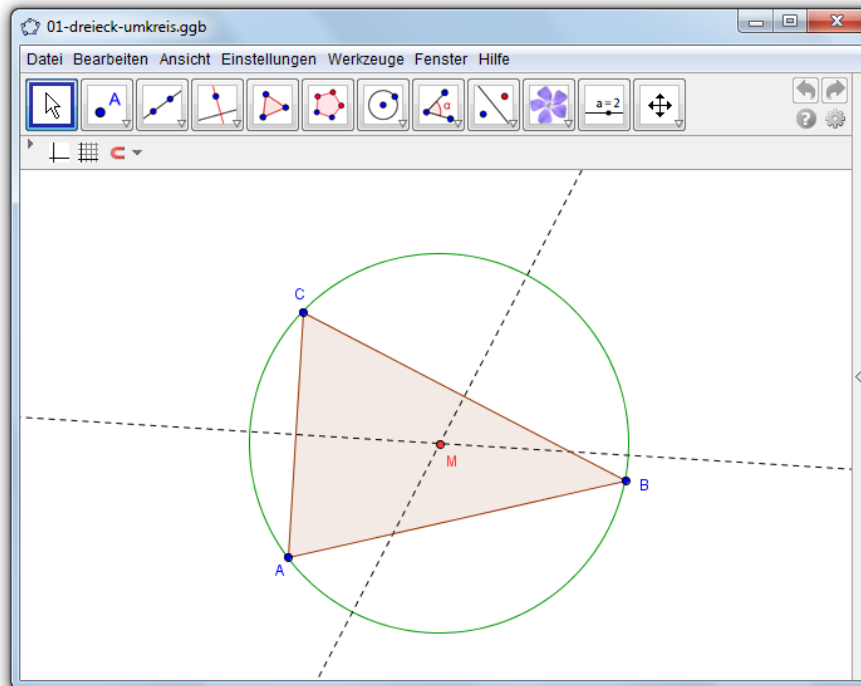
Wenn Sie GeoGebra öffnen, erscheint folgendes Fenster:



Mit Hilfe von Konstruktionswerkzeugen in der **Werkzeugleiste** konstruieren Sie mit der Maus in der **Grafik-Ansicht**. In der **Algebra-Ansicht** werden gleichzeitig die entsprechenden Koordinaten und Gleichungen angezeigt. Die **Eingabezeile** dient zur direkten Eingabe von Koordinaten, Gleichungen, Befehlen und Funktionen, die nach Drücken der Eingabetaste sofort in der Grafik- und Algebra-Ansicht angezeigt werden. In GeoGebra hängen Geometrie und Algebra immer zusammen.

## Beispiel 1: Umkreis eines Dreiecks

**Aufgabe:** Zeichnen Sie in GeoGebra ein Dreieck mit den Eckpunkten A, B, C und konstruieren Sie dessen Umkreis.



### Konstruktion mit der Maus











#### Vorbereitungen

- Klicken Sie in der Grafik-Ansicht rechts auf die Seitenleiste zur Auswahl der Perspektive und wählen Sie *Elementare Geometrie*.

#### Konstruktionsschritte


1		Werkzeug <i>Vieleck</i> auswählen. Punkte A, B und C in der Grafik-Ansicht durch dreimal Klicken erzeugen. Nochmals auf Punkt A klicken, um Dreieck zu schließen.
2		Werkzeug <i>Mittelsenkrechte</i> ( <i>Österreich: Streckensymmetrale</i> ) wählen (vierte Werkzeugkiste von links mit rotem Pfeil öffnen). Konstruieren der Mittelsenkrechten durch Klicken auf zwei Seiten.
3		Werkzeug <i>Schneide zwei Objekte</i> wählen. Umkreismittelpunkt durch Klicken auf beide Streckensymmetralen erzeugen. Einfach „M“ tippen, um den <i>Umbenennen</i> -Dialog zu öffnen und den Punkt umzubenennen.
4		Werkzeug <i>Kreis mit Mittelpunkt durch Punkt</i> wählen. Zuerst auf den Umkreismittelpunkt und dann auf einen der Eckpunkte klicken, um den Umkreis zu erzeugen.
5		Werkzeug <i>Bewege</i> wählen und mit der Maus die Eckpunkte ziehen. Die Konstruktion wird sich dynamisch mit den Eckpunkten verändern.

## Einige Tipps

-  Testen Sie die **Rückgängig/Wiederherstellen**-Schaltflächen auf der rechten Seite der Werkzeugleiste.
-  Um ein Objekt auszublenden, klicken Sie mit der rechten Maustaste (Mac OS: Strg + klicken) darauf und deaktivieren Sie *Objekt anzeigen*.
-  Sie können das **Aussehen von Objekten** (Farbe, Liniendicke,...) mit der Gestaltungseiste einfach verändern: klicken Sie  oberhalb der Grafik-Ansicht, um die Leiste ein- oder auszublenden. Für weitere Optionen klicken Sie auf  *GeoGebra Eigenschaften* und anschließend auf  *Objekte*.
-  **Achsen** und **Koordinatengitter** können in der Gestaltungseiste ein- und ausgeblendet werden.
-  Die Darstellung verschiedener Ansichten, wie beispielsweise Algebra-, Grafik-, Tabellen- oder CAS-Ansicht, kann im Menü *Ansicht* oder in der Perspektiven-Seitenleiste (rechts in der Grafik-Ansicht) gewählt werden.
-  Um Ihre Konstruktion in der Grafik-Ansicht zu verschieben, verwenden Sie das Werkzeug *Verschiebe Zeichenblatt* und benutzen Sie die Maus.
-  Das Konstruktionsprotokoll (im *Ansicht*-Menü) zeigt eine Tabelle mit all Ihren Konstruktionsschritten. Mit Hilfe von Schaltflächen können Sie die Konstruktion schrittweise abspielen und die Reihenfolge einzelner Schritte durch Hinauf- oder Hinabziehen der entsprechenden Zeilen verändern.

## Konstruktion mit der Eingabezeile

### Vorbereitungen

- Wir möchten nun dieselbe Konstruktion des Umkreises wie oben mit Hilfe der Eingabezeile durchführen. Wählen Sie daher *Neu* im Menü *Datei*.
- Wählen Sie im *Perspektiven*-Fenster  *Algebra&Grafik*.

### Konstruktionsschritte

Geben Sie folgende Anweisungen in die Eingabezeile am unteren Rand des Fensters ein und drücken Sie nach jeder Zeile die Eingabetaste.

A= (2, 1)

B= (12, 5)

C= (8, 11)

Vieleck[A, B, C]

g=Mittelsenkrechte[a]      (Österreich: Streckensymmetrale[a])

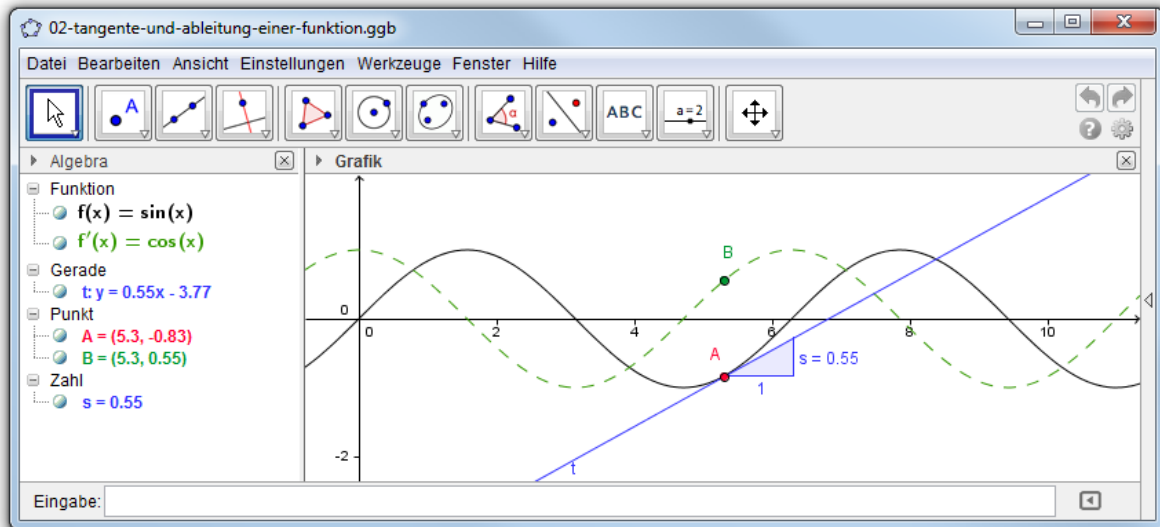
h=Mittelsenkrechte[b]      (Österreich: Streckensymmetrale[b])

M=Schneide[g, h]

Kreis[M, A]


## Beispiel 2: Tangente und Ableitung einer Funktion

**Aufgabe:** Zeichnen Sie mit GeoGebra die Funktion  $f(x) = \sin(x)$ , ihre Tangente samt Steigungsdreieck in einem Punkt auf  $f$  sowie die Ableitung der Funktion.








### Variante 1: Punkt auf Funktion

#### Vorbereitungen


- Öffnen Sie ein neues Fenster, indem Sie  *Neues Fenster* im Menü *Datei* auswählen.

#### Konstruktionsschritte


1		Die Funktion $f(x) = \sin(x)$ in die Eingabezeile eintippen und die Eingabetaste drücken.
2		Das Werkzeug <i>Neuer Punkt</i> wählen und auf den Funktionsgraphen von $f$ klicken. Der entstehende Punkt $A$ ist so an die Funktion $f$ angehängt.
3		Das Werkzeug <i>Tangenten</i> wählen und auf $A$ und $f$ klicken. Den Namen der Tangente auf $t$ ändern („t“ eintippen, um den <i>Umbenennen</i> -Dialog zu öffnen).
4		Den Befehl $s = \text{Steigung}[t]$ eintippen.
5		Mit dem Werkzeug <i>Bewege</i> den Punkt $A$ mit der Maus ziehen und die Bewegung der Tangente beobachten.
6		$B = (x(A), s)$ in die Eingabezeile tippen. <u>Hinweis:</u> $x(A)$ gibt die $x$ -Koordinate des Punktes $A$ .
		Rechtsklick (Mac OS: Strg + Klick) auf Punkt $B$ und <i>Spur ein</i> wählen, um die Spur für $B$ einzuschalten.
7		Mit dem Werkzeug <i>Bewege</i> Punkt $A$ mit der Maus ziehen - Punkt $B$ hinterlässt nun eine Spur der „Steigungsfunktion“.
8		Den Befehl $\text{Ableitung}[f(x)]$ in die Eingabezeile tippen, um die Gleichung zu erhalten.

## Einige Tipps

Tippen Sie eine andere Funktion, z.B.  $f(x) = x^3 - 2x^2$ , ein. Sofort werden deren Tangente und Ableitung angezeigt. Versuchen Sie auch Befehl `Integral[f(x)]`.

 Wählen Sie das Werkzeug *Bewege* und ziehen Sie den Graph mit der Maus. Beobachten Sie die Änderungen der Gleichungen von Funktion und Ableitung.

**Automatische Vervollständigung der Befehle:** Nach Eingabe der ersten beiden Buchstaben eines Befehls wird dieser automatisch vervollständigt. Wenn Sie den Vorschlag übernehmen möchten, drücken Sie die Eingabetaste, ansonsten tippen Sie einfach weiter.

 Die **Eingabehilfe** befindet sich rechts neben der Eingabezeile und gibt Ihnen eine Liste aller verfügbaren Befehle.

## Variante 2: Punkt mit x-Koordinate `a`

### Vorbereitungen


- Wir werden nun mithilfe der Eingabezeile eine andere Version der letzten Konstruktion durchführen. Wählen Sie daher *Datei* und *Neu*, um ein leeres Fenster zu erhalten.


### Konstruktionsschritte

Tippen Sie folgende Befehle in die Eingabezeile und drücken Sie nach jeder Zeile die Eingabetaste.

```
f(x)=sin(x)
a=2
T=(a,f(a))
t=Tangente[a,f]
s=Steigung[t]
B=(x(T),s)
Ableitung[f]
```

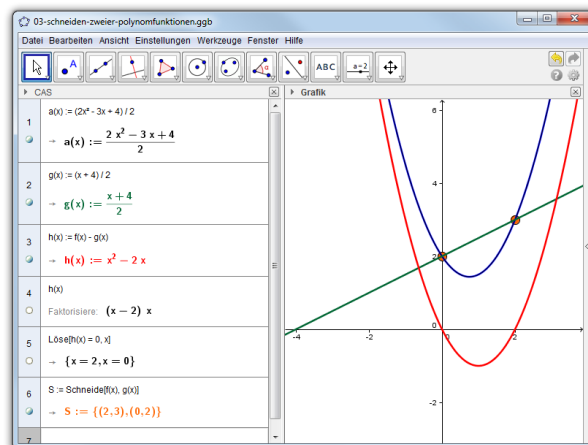
### Einige Tipps

 Wählen Sie das Werkzeug *Bewege* und klicken Sie auf die Zahl  $a$ . Sie können  $a$  durch Drücken der Pfeiltasten verändern. Gleichzeitig werden sich der Punkt  $T$  und die Tangente entlang der Funktion  $f$  bewegen.


 Sie können die Zahl  $a$  ebenfalls verändern, indem Sie einen **Schieberegler** erstellen: Klicken Sie in der Algebra-Ansicht einfach auf das  $\circ$  Symbol vor  $a$ . Der Wert des Schiebereglers lässt sich verändern, indem Sie den erscheinenden Punkt auf der Linie mit der Maus ziehen.

## Beispiel 3: Schneiden zweier Polynomfunktionen

**Aufgabe:** Schneiden Sie eine Parabel mit einer linearen Funktion, indem Sie die Nullstellen ihrer Differenzfunktion berechnen.




### Vorbereitungen

- Klicken Sie in der Grafik-Ansicht rechts auf den Pfeil und wählen Sie im erscheinenden *Perspektiven*-Fenster  *CAS&Grafik*.
- Bitte beachten Sie, dass die CAS-Ansicht erst ab GeoGebra 4.2 verfügbar ist.

### Konstruktionsschritte

Folgende Befehle in die Zeilen der CAS-Ansicht tippen und jede Eingabe berechnen.

1		In die erste Zeile $f(x) := x^2 - 3/2 * x + 2$ eingeben, um $f(x)$ zu definieren, dann die Eingabetaste drücken. <u>Hinweis:</u> := wird für Zuordnungen verwendet, = für Gleichungen.
2		$g(x) := x/2 + 2$ in die zweite Zeile eintippen.
3		$h(x)$ durch $h(x) := f(x) - g(x)$ in der dritten Zeile definieren.
4		In der vierten Zeile $h(x)$ eintippen und das Werkzeug <i>Faktorisiere</i> wählen. Die Nullstellen können direkt von der Ausgabe abgelesen werden.
5		Zur Bestätigung den Befehl <code>Löse[h(x)=0, x]</code> verwenden.
6		Schnittpunkte mit der Eingabe <code>S:=Schneide[f(x), g(x)]</code> erzeugen

### Einige Tipps

Die CAS-Ansicht ermöglicht SchülerInnen, mit Brüchen, Gleichungen und Formeln zu arbeiten, die **undefinierte Variablen** enthalten.



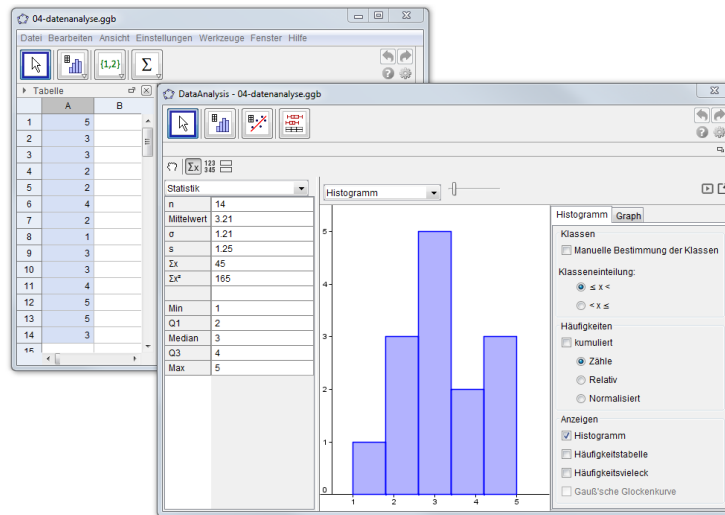
Sie können auch nur Teile eines Ausdrucks verändern, indem Sie diese mit der Maus markieren und dann ein Werkzeug wie *Faktorisiere* wählen.



Die Lösung hätte sofort berechnet werden können, indem Sie  $f(x)$  und  $g(x)$  wie oben definieren, dann beide Zeilen wählen und das Werkzeug *Löse* aktivieren.

## Beispiel 4: Datenanalyse

**Aufgabe:** Erstellen Sie ein Histogramm und bestimmen Sie Mittelwert, Median, Minimum und Maximum.



### Vorbereitungen

- Klicken Sie in der Grafik-Ansicht rechts auf den Pfeil und wählen Sie im erscheinenden *Perspektiven-Fenster* *Tabelle & Grafik*.

### Konstruktionsschritte

1		Einige Daten in die Zellen der Spalte A eintragen, z.B. die Zellen A1 bis A14 mit folgenden Zahlen füllen: 5, 3, 3, 2, 2, 4, 2, 1, 3, 3, 4, 5, 5, 3.
2		Die entsprechenden Zellen (in diesem Beispiel die Zellen A1 bis A14) markieren und das Werkzeug <i>Analyse einer Variablen</i> wählen. Auf <i>Analyse</i> klicken, um den Dialog <i>Datenanalyse</i> zu öffnen.
3		Im Dialogfenster oben die passende Anzahl an <i>Klassen</i> wählen (in diesem Beispiel 5 Klassen, weil es 5 verschiedene Werte gibt).
4	$\Sigma x$	In der Gestaltungsleiste <i>auf Statistik anzeigen</i> klicken, um den Statistikeil zu öffnen. Mittelwert, Median, Maximum und Minimum der Datenmenge ablesen.
5		Auf die Pfeil-Schaltfläche oben rechts klicken und <i>Manuelle Bestimmung der Klassen</i> im Menü <i>Histogramm</i> wählen. <u>Hinweis:</u> Nachdem <i>Startwert</i> und <i>Breite</i> oben eingestellt wurden, die Eingabetaste drücken (für dieses Beispiel 0.5 als Start und 1 als Breite)

### Einige Tipps

Verändern Sie manche Werte in Spalte A und beobachten Sie, wie sich dadurch das Histogramm und die statistischen Werte wie Mittelwert, Median, Maximum und Minimum verändern.

Ändern Sie den Diagrammtyp von *Histogramm* auf *Boxplot* in der Dropdown-Liste oberhalb des Histogramms.

## Weitere Informationen

Sie können weitere Informationen, Materialien und Hilfestellungen auf unseren Webseiten finden:

Software

[www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

Handbuch & Anleitungen

[wiki.geogebra.org](http://wiki.geogebra.org)

Arbeitsblätter & Materialien

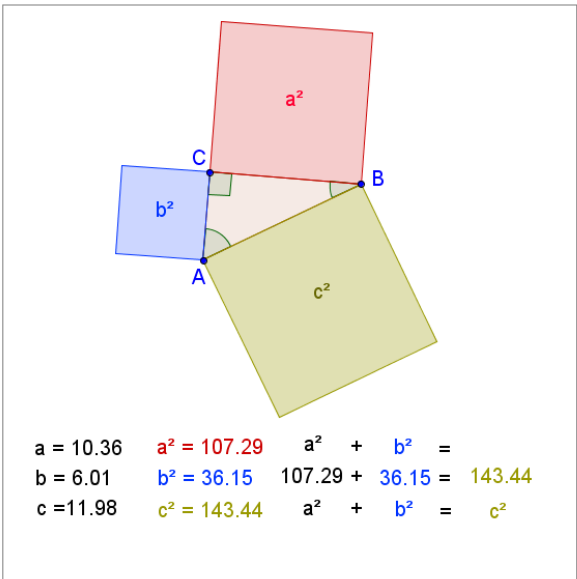
[www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

Benutzerforum

[www.geogebra.org/forum](http://www.geogebra.org/forum)

**Satz des Pythagoras**

Ziehe die Punkte und ändere die Seitenlängen des Dreiecks.



$a = 10.36$     $a^2 = 107.29$     $a^2 + b^2 =$   
 $b = 6.01$     $b^2 = 36.15$     $107.29 + 36.15 = 143.44$   
 $c = 11.98$     $c^2 = 143.44$     $a^2 + b^2 = c^2$

Wie ändern sich die Flächen der Quadrate, wenn du die Seite c änderst?

